EXPONENTIALS AND LOGARITHMS *Answers*

1 **a** $\log_{10} 1000 = 3$ **b** $\log_3 81 = 4$ **c** $\log_2 256 = 8$ **d** $\log_7 1 = 0$

e $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ **f** $\log_{32} \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$ **g** $\log_{19} 19 = 1$ **h** $\log_{36} 216 = \frac{3}{2}$

2 **a** $5^3 = 125$ **b** $2^4 = 16$ **c** $10^5 = 100\,000$ **d** $23^0 = 1$

e $9^{\frac{1}{2}} = 3$ **f** $10^{-2} = 0.01$ **g** $2^{-3} = \frac{1}{8}$ **h** $6^1 = 6$

3 **a** $= \log_7 7^2 = 2$ **b** $= \log_4 4^3 = 3$ **c** $= \log_2 2^7 = 7$ **d** $= \log_3 3^3 = 3$

e $= \log_5 5^4 = 4$ **f** $= \log_8 8^1 = 1$ **g** $= \log_7 7^0 = 0$ **h** $= \log_{15} 15^{-1} = -1$

i $= \log_3 3^{-2} = -2$ **j** $= \lg 10^{-3} = -3$ **k** $= \log_{16} 16^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$ **l** $= \log_4 4^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$

m $= \log_9 9^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$ **n** $= \log_{100} 100^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$ **o** $= \log_{25} 25^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ **p** $= \log_{27} 27^{-\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}$

4 **a** $5^x = 25$, $x = 2$ **b** $2^6 = x$, $x = 64$ **c** $x^3 = 64$, $x = 4$ **d** $10^{-3} = x$, $x = \frac{1}{1000}$

e $x^{\frac{2}{3}} = 16$, $x = 64$ **f** $5^x = 1$, $x = 0$ **g** $x^1 = 9$, $x = 9$ **h** $10^x = 10^{12}$, $x = 12$

i $\log_x 7 = \frac{1}{2}$, $x^{\frac{1}{2}} = 7$, $x = 49$ **j** $4^{1.5} = x$, $x = 8$ **k** $x^{-\frac{1}{3}} = 0.1$, $x = 1000$ **l** $\log_8 x = -\frac{1}{3}$, $8^{-\frac{1}{3}} = x$, $x = \frac{1}{2}$

5 **a** $= \log_a (4 \times 7) = \log_a 28$ **b** $= \log_a (10 \div 5) = \log_a 2$ **c** $= \log_a 6^2 = \log_a 36$

d $= \log_a (9 \div \frac{1}{3}) = \log_a 27$

e $= \log_a 25^{\frac{1}{2}} + \log_a 3^2 = \log_a 5 + \log_a 9 = \log_a (5 \times 9) = \log_a 45$

f $= \log_a 48 - \log_a 2^3 - \log_a 9^{\frac{1}{2}} = \log_a 48 - \log_a 8 - \log_a 3 = \log_a [48 \div (8 \times 3)] = \log_a 2$

6 **a** $= 5 \log_q x$ **b** $= \frac{15}{2} \log_q x$ **c** $= \log_q x^{-1} = -\log_q x$ **d** $= \log_q x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_q x$

e $= 4 \log_q x^{-\frac{1}{2}} = -2 \log_q x$ **f** $= 2 \log_q x + 5 \log_q x = 7 \log_q x$ **g** $= \log_q x^{-2} + \log_q x^{-3} = -2 \log_q x - 3 \log_q x = -5 \log_q x$ **h** $= 6 \log_q x - 2 \log_q x = 4 \log_q x$

7

a $= \lg (5 \times 4)$
$= \lg 20$

b $= \lg (12 \div 6)$
$= \lg 2$

c $= \lg 2^3$
$= \lg 8$

d $= \lg 3^4 - \lg 9$
$= \lg 81 - \lg 9$
$= \lg (81 \div 9)$
$= \lg 9$

e $= \lg 16^{\frac{1}{2}} - \lg 32^{\frac{1}{5}}$
$= \lg 4 - \lg 2$
$= \lg (4 \div 2)$
$= \lg 2$

f $= \lg 10 + \lg 11$
$= \lg (10 \times 11)$
$= \lg 110$

g $= \lg \frac{1}{50} + \lg 10^2$
$= \lg \frac{1}{50} + \lg 100$
$= \lg (\frac{1}{50} \times 100)$
$= \lg 2$

h $= \lg 10^3 - \lg 40$
$= \lg 1000 - \lg 40$
$= \lg (1000 \div 40)$
$= \lg 25$

8

a $= \log_3 (54 \div 2)$
$= \log_3 27$
$= \log_3 3^3$
$= 3$

b $= \log_5 (20 \times 1.25)$
$= \log_5 25$
$= \log_5 5^2$
$= 2$

c $= \log_2 2^4 + \log_3 3^3$
$= 4 + 3$
$= 7$

d $= \log_6 (24 \times 9)$
$= \log_6 216$
$= \log_6 6^3$
$= 3$

e $= \log_3 (12 \div 4)$
$= \log_3 3$
$= 1$

f $= \log_4 (18 \div 9)$
$= \log_4 2$
$= \log_4 4^{\frac{1}{2}}$
$= \frac{1}{2}$

g $= \log_9 (4 \times 0.25)$
$= \log_9 1$
$= 0$

h $= \lg 2^2 + \lg 25$
$= \lg 4 + \lg 25$
$= \lg (4 \times 25)$
$= \lg 100$
$= \lg 10^2$
$= 2$

i $= \log_3 8^{\frac{1}{3}} - \log_3 18$
$= \log_3 2 - \log_3 18$
$= \log_3 (2 \div 18)$
$= \log_3 \frac{1}{9}$
$= \log_3 3^{-2}$
$= -2$

j $= \log_4 64^{\frac{1}{3}} + (2 \times \log_5 5^2)$
$= \log_4 4 + (2 \times 2)$
$= 1 + 4$
$= 5$

k $= \frac{1}{2} \log_5 \frac{25}{16} + \log_5 10^2$
$= \log_5 (\frac{25}{16})^{\frac{1}{2}} + \log_5 100$
$= \log_5 \frac{5}{4} + \log_5 100$
$= \log_5 (\frac{5}{4} \times 100)$
$= \log_5 125$
$= \log_5 5^3$
$= 3$

l $= \log_3 5 - \log_3 6^2 - \log_3 \frac{15}{4}$
$= \log_3 [5 \div (36 \times \frac{15}{4})]$
$= \log_3 \frac{1}{27}$
$= \log_3 3^{-3}$
$= -3$